MATEMÁTICA

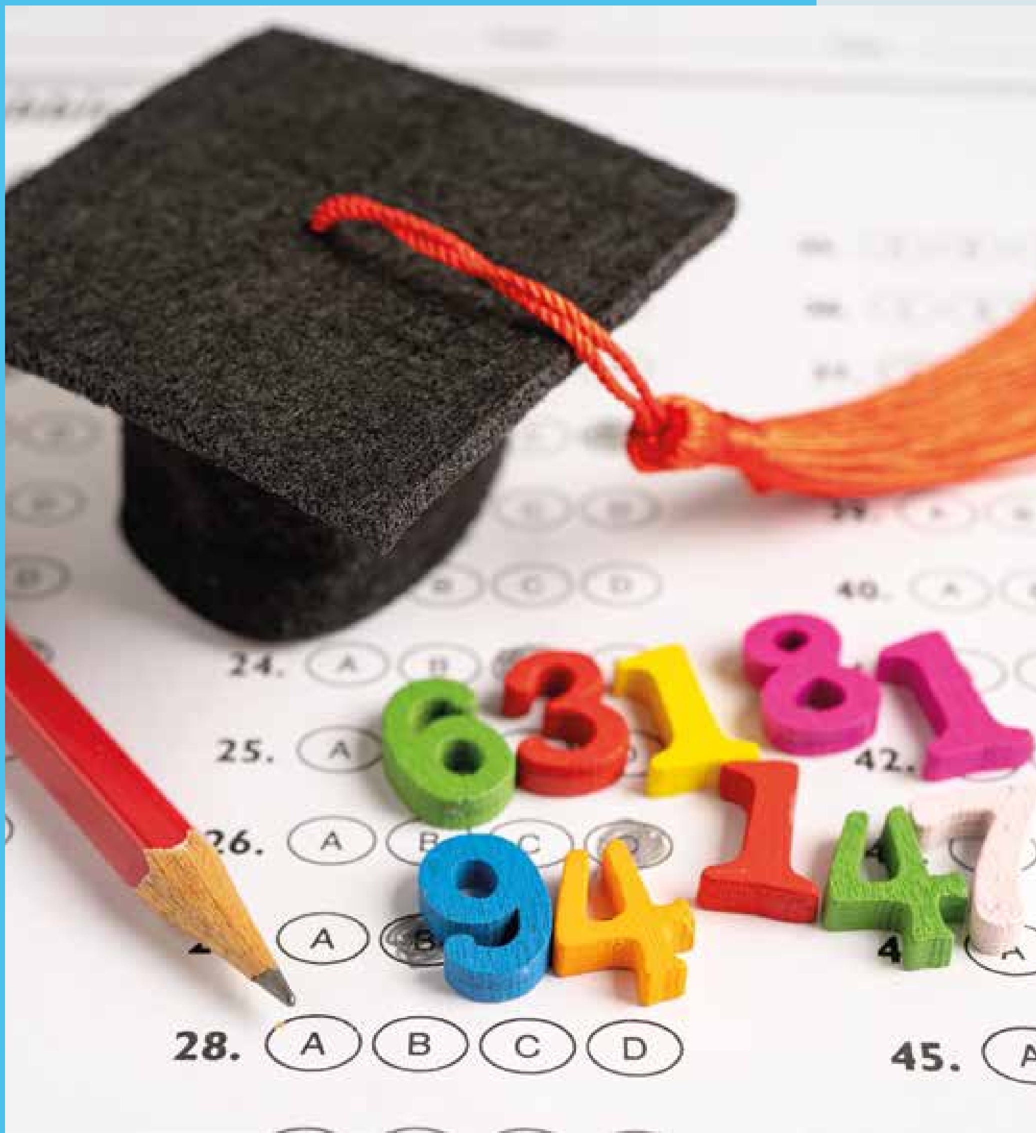
Bachillerato General

2

Segundo de Bachillerato

Ministerio de Educación

REPÚBLICA DEL ECUADOR



http://tinyurl.com/mtzay9yy

MATEMÁTICA

Bachillerato General

Texto del estudiante para la transición curricular

Equipo técnico Mineduc
Angela Rocio Soria Carrillo
Edgar Patricio Freire Caicedo
Jonathan Esteban Castro Terán
Kleber Patricio Pérez Silva
Sylvia Virginia Freile Montero

Lineamientos gráficos
Adrian Alexander Guijarro Ochoa
Juan Diego De Nicolais Manrique

Diseño y diagramación
Estudios y Construcciones Uleam-Ep
Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí

Primera edición 2024

ISBN
978-9942-662-31-6

Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Quito-Ecuador
www.educacion.gob.ec

Ministerio de Educación

REPÚBLICA
DEL ECUADOR

ÍNDICE

¿Qué es el texto escolar?

Es un material curricular didáctico para que lo uses durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

¿Cómo se organiza?

Esta organizado por secciones que agrupan temas con lecturas, actividades y desafíos para lograr aprendizajes significativos. Además, encontrarás flotantes que contienen datos curiosos y recomendaciones para tu aprendizaje.

¿Qué voy a aprender?

Conocimientos, habilidades y actitudes mediante diversas acciones prácticas, individuales y grupales, qué serán útiles para continuar con mi proyecto de vida.

¿Cómo lo voy a aprender?

A través del desarrollo de actividades que te permitan implementar todo lo aprendido de manera práctica y así evidenciar su importancia en la vida cotidiana.

SECCIÓN 1

Objetivos:

O.M.5.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

O.M.5.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental y escrito, exacto o estimado; y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problémicas del medio.

Temas:

1 : Factoreo y simplificación de expresiones algebraicas
2 : Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas
3 : Ecuaciones e inecuaciones de primer grado
4 : Sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas: sustitución, Cramer y Gauss
5 : Matrices
6 : Características y operaciones entre funciones
7 : Funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas
8 : Gráficas de funciones
9 : Funciones (Trigonométricas, exponenciales, logarítmicas) y gráficas de funciones

Criterios de evaluación:

CE.M.5.1. Emplea conceptos básicos de las propiedades algebraicas de los números reales para optimizar procesos, realizar simplificaciones y resolver ejercicios de ecuaciones e inecuaciones, aplicados en contextos reales e hipotéticos.

CE.M.5.2. Emplea sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas aplicando diferentes métodos, incluida la eliminación gaussiana; opera con matrices cuadradas y de orden mxn.

CE.M.5.3. Opera y emplea funciones reales, lineales, cuadráticas, polinomiales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas para plantear situaciones hipotéticas y cotidianas que puedan resolverse mediante modelos matemáticos; comenta la validez y limitaciones de los procedimientos empleados y verifica sus resultados mediante el uso de las TIC.

***Al final de la sección** habré aprendido conceptos básicos de las propiedades algebraicas de los números reales, resolución de sistemas de ecuaciones y funciones lineales, cuadráticas, polimoniales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.*

Fuentes: https://shorturl.at/kyEO0

Tema 1: Factoreo y simplificación de expresiones algebraicas

Responde la siguiente pregunta: ¿Cuál es la diferencia entre Aritmética y Álgebra?, justifica tu respuesta

1. Factoro las siguientes expresiones:

a) $x^9 - 1$

b) $x^4 - 13x^2 + 36$

c) $a^2 + b^2 + 3a + 3b + 2ab - 28$

d) $6x^2 + 23xy + 20y^2 + 13xz + 22yz + 6z^2$

2. Simplifico los siguientes polinomios:

a) $\dfrac{7 \cdot 2^{n-3} + 11 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-3}}{6 \cdot 2^{n-3} + 2^{n-3}} \cdot \left(\dfrac{5^2}{14}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} \div 2 - 6 \div \frac{8}{3} - (-1)^{-2}$

c) $\left\{ x^{\frac{2}{3}} \left[\left(\dfrac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} \right)^6 \right]^{\frac{1}{3}} \right\}^2$

3. Resuelvo las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{2(x+1)}{3} + \dfrac{3(x+2)}{2} = 2(x+2)$

b) $\dfrac{1}{x^2 + 3x - 28} - \dfrac{1}{x^2 + 12x + 35} = \dfrac{3}{x^2 + x - 20}$

c) $x - \sqrt{x^2 - 21} = 7$

¿Sabías qué?

Las expresiones algebraicas son combinaciones de números, variables y operaciones matemáticas, como suma, resta, multiplicación y división. Estas expresiones nos permiten representar situaciones y resolver problemas matemáticos de manera generalizada. Por ejemplo, una expresión algebraica podría ser "2x + 5", donde "x" es una variable y los números y operaciones representan una relación matemática.

http://tinyurl.com/ytep9h2b

Tema 2: Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas

Responde la siguiente pregunta: ¿En un sistema de dos ecuaciones con dos variables cuántas respuestas se pueden obtener para x y para y?

4. Resuelvo los sistemas de ecuaciones por dos métodos distintos,para su comprobación.

a) $\begin{cases} 4x - 5y = 4 \\ 8x - 10y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 8x + 10y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 7y = 0 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$

5. Resuelvo las siguientes inecuaciones lineales, y **expreso** la solución como un intervalo y sobre una recta numérica:

a) $x - \frac{5}{3} \geq \frac{5(1-x)}{4}$

b) $2x + 1 \geq \frac{x+2}{3}$

c) $\frac{1}{3}(2 - 6x) + 4 \leq -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(2 - 8x)$

6. Simplifico las siguientes expresiones:

a) $$\frac{\sqrt{\left(-\frac{83}{9}\right) - \frac{1}{10}}}{\sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}} \div \frac{\sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{11}}}{\sqrt{6.4 \times 2\left(\frac{1}{10}\right)^{-1} - [(0.33\ldots)^{-2} - 2]}} \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$$

b) $$\left[\frac{(ab)^n + (bc)^n + (ac)^n}{a^{-n} + b^{-n} + c^{-n}}\right]^{\frac{1}{n}} \left[c^2 a^{n+1} a^{-2-n} b^{-1} c^{-3}\right]$$

¿Sabías qué?

Un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un conjunto de dos ecuaciones algebraicas que involucran dos variables desconocidas. Por ejemplo, podríamos tener las siguientes ecuaciones:
Ecuación 1: 2x + 3y = 10
Ecuación 2: 4x - y = 5

En este caso, las incógnitas son x e y. Para formar el sistema, simplemente escribimos las dos ecuaciones juntas, separadas por una coma o un sistema de llaves.

El objetivo de resolver este sistema es encontrar los valores de x e y que satisfacen ambas ecuaciones simultáneamente. Esto se logra mediante métodos como sustitución, eliminación o matrices.

Tema 3: Ecuaciones e inecuaciones de primer grado

Responda la pregunta:
¿Porqué las fórmulas físicas y químicas son consideradas como ecuaciones?

¿Sabías qué?

Resolver ecuaciones de primer grado es bastante sencillo. Solo necesitas seguir algunos pasos básicos. Primero, asegúrate de tener la ecuación escrita correctamente.

Por ejemplo, una ecuación de primer grado se ve así: "ax + b = c", donde "a", "b" y "c" son números conocidos.

El primer paso es despejar la incógnita, que generalmente es "x". Para hacer esto, trata de aislarla en un lado de la ecuación. Puedes lograrlo realizando operaciones matemáticas en ambos lados de la ecuación, como sumar, restar, multiplicar o dividir.

Una vez que hayas despejado la incógnita, verifica si hay algún número que la multiplique o divida. Si es así, realiza la operación inversa para eliminarlo.

Finalmente, simplifica la ecuación hasta que obtengas el valor de la incógnita. Recuerda que el objetivo es que "x" quede sola en un lado de la ecuación.

7. Despejo el término indicado en cada una de las situaciones planteadas:

a) La distancia r de la Ley de Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{qq'}{r^2}$$

b) R_1 de la relación de resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

c) x de la fórmula de la velocidad para un péndulo simple:

$$V = \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}$$

8. Resuelvo las siguientes inecuaciones y **expreso** la solución como intervalos:

a) $|x-2| \leq 3x - 9$

b) $|3x-2| < |2x-1|$

c) $\big| |x+1| + 2 \big| \leq 8$

9. Resuelvo

a) Si $x^x = 2$, calcula el valor de:

$$E = x^{3x}\, x^{x+1}$$

b) Si x, y ϵ Z, tal que y - x ≥ 2, **hallo** el valor más simple de:

$$\sqrt[y-x]{\frac{x^x x^y y^y + y^x y^y x^x}{x^{2y} y^x + y^{2x} x^y}}$$

10. Resuelvo los siguientes problemas:

a) Calculo el valor de m, de modo que "y" sea menor que "x" en 7 unidades.

$$\begin{cases} 2x + 7y = m \\ x + 9y = m \end{cases}$$

Trabajemos por competencias...

Este tema de sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

METACOGNICIÓN

Tema 4: Resolución de sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas por los metodos de: Sustitución, Cramer y Gauss

Responda la pregunta:
¿Para qué empleas un sistema de ecuaciones en la vida diaria?

1. Resuelvo los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} -x_1 + x_2 = -2 \\ 3x_1 + 3x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_3 = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - z = -14 \\ x - 3y + 2z = 16 \\ 2x - 2y - 3z = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 5x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - 3z = -2 \end{cases}$

2. Resuelvo los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de eliminación gaussiana:

a) $\begin{cases} x + y - z = -12 \\ x - 2y - 3z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 6 \\ 7x + 3y - 4z = \\ 2x + 4y + 3z = 5 \end{cases}$

METACOGNICIÓN

¿Sabías qué?

La principal contribución de Cramer es que nos permite resolver sistemas de ecuaciones sin necesidad de realizar operaciones de eliminación o sustitución, como en otros métodos como Gauss-Jordan. En su lugar, utiliza determinantes para encontrar los valores de las variables.

El método de Cramer se basa en la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones y en los determinantes de las matrices obtenidas al reemplazar cada columna de la matriz de coeficientes por la columna de términos independientes. Al calcular estos determinantes, podemos encontrar los valores de las variables del sistema.

Es importante tener en cuenta que el método de Cramer solo es aplicable a sistemas de ecuaciones lineales con el mismo número de ecuaciones y variables. Además, si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero, el sistema puede no tener solución o tener infinitas soluciones.

Tema 5: Matrices

Responda la siguiente pregunta:
¿Cómo se debe llenar una matriz cuando en las ecuaciones faltan una de sus incógnitas y que puede suceder con las respuestas?

¿Sabías qué?

Las matrices se forman mediante la organización de elementos en filas y columnas dentro de una estructura rectangular. Cada elemento de la matriz se coloca en una posición específica, identificada por su fila y columna correspondiente. Por ejemplo, una matriz 2x3 tendría dos filas y tres columnas.

Las matrices se utilizan en diversas áreas, como matemáticas, ciencias de la computación, física y más, debido a su capacidad para representar y manipular datos de manera eficiente.

3. Resuelvo los siguientes ejercicios:
Dadas las matrices.

$$A=\begin{pmatrix} x-y & 1 & 2 \\ 1 & -y & -x \\ 0 & z & 2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} y & 0 & z \\ -z & 2 & 1 \\ -2 & 3 & x \end{pmatrix}$$

a) Calculo x, y, z para que

$$A+B=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Calculo a, b y c para que se cumpla la igualdad:

$$\begin{pmatrix} a-1 & b & 3 \\ 4 & 1-c & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a+b & 1 \\ -c+b & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & c-1 \\ 5 & 3-c & 4 \end{pmatrix}$$

4. Aplico el método de determinantes para resolver los siguientes ejercicios:

a) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+3y=18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+2y+3z=8 \\ 2x+y-z=3 \\ -2x-y+2z=1 \end{cases}$

c) Encuentro el valor de para que el sistema

$\begin{cases} 2x-5=4 \\ \alpha x+10y=4 \end{cases}$,se satisfaga: $\forall x$ R^+ y $\forall y$ R

5. Resuelvo los siguientes problemas:

a) Para ir a su trabajo, María utiliza dos medios de transporte: el colectivo, cuyo pasaje es de \$0,30 y la Metrovía, donde el pasaje cuesta \$0,40. Semanalmente, gasta \$7,40; además, se conoce que, en total, realiza 20 viajes a la semana. ¿Cuántos viajes puede hacer en cada medio de transporte?

b) Abigail y Bernardo pueden hacer un proyecto de Física en 9 días; Abigail y Camilo son capaces de hacerlo en 8 días; y Bernardo y Camilo lo hacen en 12 días. ¿Cuánto tiempo se tarda cada persona en hacer el trabajo si lo hacen solos?

6. Simplifico las siguientes fracciones:

a) $\dfrac{ax^2(2x+3) + a(6x+9)}{2x^2 + 5x + 3}$

b) $\dfrac{x^2-1}{x^3-x}$

c) $\left[\dfrac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}\right]^2$

7. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Si A e s una matriz triangular inferior:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & -pq+3p+1 & 0 & 0 \\ 2 & m & q & 0 \\ 1 & m+3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculo el valor de m+p+q

b) Sea N=(0 a- a 0), **calculo** el valor de N^5.

c) Sean A y B dos matrices definidas por A=(0 i 0 0);B=(w 0 0w³) además, se sabe que $\sqrt[3]{1}$ y w¹1. CALCULO el valor de la siguiente operación matricial: (A^8+B^6) $(A^4+B^3)(A^{12}+ B^9)$

8. Resuelvo los siguientes problemas aplicando el método de eliminación gaussiana:

a) Ronny compró tres regalos A, B y C, para tres amigos. En total pago \$117, por los tres regalos, tras aplicar un descuento del 10% sobre el precio total. Además, se sabe que el precio del regalo C es el doble que el del regalo A, y que el regalo C es \$20 más caro que el regalo B. ¿Cuánto gastó en cada regalo?

b) Un estadio de fútbol con capacidad para 72 000 espectadores está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B. Unos espectadores son socios del equipo A, otros lo son del equipo B, y el resto no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de los boletos se sabe lo siguiente:

No hay espectadores que sean socios de ambos equipos simultáneamente.

Por cada 13 socios de alguno de los dos

equipos hay 3 espectadores que no son socios. Los socios del equipo B superan en 6.500 a los socios del equipo A.

Respondo la siguiente pregunta: ¿Cuántos socios de cada equipo hay en el estadio viendo el partido?

9. Encuentro

$\alpha, \beta \in \mathcal{R}$, tal que $w = \alpha \cdot u + \beta v$.

$\vec{u} = (2,-3,4)$
$\vec{v} = (-5,1,0)$
$\vec{w} = (4,2,1)$

10. Determino el valor de z en la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y + z + w = 1 \\ x + ay + z + w = a \\ x + y + az + w = a^2 \\ x + y + z + aw = a^3 \end{cases}$$

11. Calculo la matriz inversa para cada una de las matrices dadas, utilizando matrices ampliadas:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{5}{48} & \frac{1}{48} & \frac{7}{48} \\ \frac{1}{48} & -\frac{19}{48} & \frac{11}{48} \\ \frac{13}{48} & -\frac{7}{48} & -\frac{1}{48} \end{pmatrix}$$

12. Resuelvo

$$\text{a)} \begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ 3x - 2y - z = 25 \\ x + y - 2z = 5 \end{cases}$$

b) Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de papas, y pagó un total de $19 dólares. Al mirar la cuenta, comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de papas demás. Reclamó y le devolvieron $4 dólares. Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo $3 dólares, lo que suponía un descuento del 40% respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios, sin descuento, de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de papas?

Trabajemos por competencias...

Este tema de matrices lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

http://tinyurl.com/nty5whv2

¿Alguna vez has pensado...?

JUNTOS LEEMOS

¿Qué te agradó y qué no te agradó de este poema sobre una operación matemática?

Armonía, belleza y precisión

La esplendida serie de números son joyas de mi jardín,
el horizonte de la Matemática es brillante,
es como saborear sabiduría dentro de un cuadrante
mi inspiración crece lozana como un jazmín.
La creación y la solución de problemas es mi universo,
la rigidez en el cálculo activa mi memoria,
las ecuaciones polinomiales son parte de mi historia,
la armonía de las sucesiones embellece mis versos.
Describo las rectas, con inusitada pasión,
las coordenadas de los puntos las llevo a los cuadrantes,
el movimiento de las figuras vibra en un sol radiante,
la Matemática es belleza y precisión
desde el místico Pitágoras el inmortal,
hasta los brillantes Leignit y Newton
con su función y ecuación diferencial,
la Matemática se cubre de gloria.
Puntos, rectas y planos, están en sintonía,
con el místico y complejo mundo de la geometría,
todo vibra con una real simetría
la convexidad y la concavidad es virtud de la materia.
Los números reales son densos e inmensos,
las expresiones notables son factorizables,
algunas expresiones son derivables e integrables,
el álgebra de los anillos cuerpos y campos son hermosos.
El mundo de los números devora mi imaginación,
estudio teoremas, propiedades, y leyes con plenitud
el talento que Dios me ha dado es una virtud
pasar del espacio tridimensional a la cuarta dimensión
es mi obsesión.

Juan Manuel Sánchez Panta

Tomado de https://goo.gl/Tuq3G0

Fuentes: https://shorturl.at/gouO1

Tema 6: Funciones y sus características

Responde la siguiente pregunta:
¿Qué elementos deben existir para que exista una función?

¿Sabías qué?

Para identificar una función, debes tener en cuenta dos aspectos principales: la relación entre los elementos del dominio y los elementos del codominio, y la propiedad de que cada elemento del dominio tenga una única imagen en el codominio.
1. Relación entre dominio y codominio: Una función establece una relación entre un conjunto de entrada, llamado dominio, y un conjunto de salida, llamado codominio. Cada elemento del dominio se relaciona con un único elemento del codominio.

2. Unicidad de la imagen: Cada elemento del dominio debe tener una única imagen en el codominio. Esto significa que no puede haber dos elementos diferentes en el dominio que se relacionen con el mismo elemento en el codominio.

1. Completo las tablas con las características de las funciones indicadas:

a) $f(x) = 3x + \frac{2}{1}$

Dominio		
Recorrido		
Máximo o mínimo		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Gráfica		

b) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 3x - 3$

Dominio		
Recorrido		
Máximo o mínimo		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Gráfica		

c) $f(x) = \sqrt{x - 3} + 3$

Dominio		
Recorrido		
Máximo o mínimo		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Gráfica		

http://tinyurl.com/2b9w869r

d) $f(x) = |x-5|+2$

Dominio		
Recorrido		
Máximo o mínimo		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Gráfica		

2. Identifico si las siguientes funciones son inyectivas, biyectivas o sobreyectivas:

a) $y=\frac{1}{x^2-3}$

b) $y=\sqrt{x^4-x^2+4x}$

c) $y=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x}}$

d) $y=\frac{\sqrt{x-1}}{x-4}$

e) $y=\frac{1}{x^2+3}$

f) $y=\sqrt{\frac{x^4-5x^2+4}{x^2-5x+1}}$

g) $y=\sqrt{x^2+x+1}$

h) $y=\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x+1}}$

i) $y=\sqrt{x-1}\sqrt{1-x}$

Inyectiva	Biyectiva	Sobreyectiva

METACOGNICIÓN

Tema 7: Operaciones entre funciones

Responde la siguiente pregunta:

¿La fórmula física V= e/t puede ser una función? explica tu respuesta.

¿Sabías qué?

Existen varios métodos para resolver funciones cuadráticas, que son ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b y c son coeficientes reales y $a \neq 0$. Aquí te menciono algunos de los métodos más comunes:

1. Factorización: Si es posible, puedes intentar factorizar la ecuación cuadrática en dos binomios.

2. Fórmula cuadrática: La fórmula cuadrática es una fórmula general que se utiliza para encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática. La fórmula es

$x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)} / (2a)$.

3. Completar el cuadrado: Este método consiste en convertir la ecuación cuadrática en una forma cuadrada perfecta.

4. Gráfico: Puedes graficar la función cuadrática en un plano cartesiano y encontrar las soluciones observando los puntos de intersección con el eje x.

3. Realizo las operaciones indicadas utilizando las siguientes funciones:

$f(x)=\sqrt{4-x^2};\ g(x)=\sqrt{x^2-4}$

a) $(f + g)_{(x)}$

b) $(f - g)_{(x)}$

c) $(g - f)_{(x)}$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)_{(x)}$

4. Encuentro la intersección entre las siguientes funciones:

a) $f(x)= -\frac{1}{2}x+ 3$ **y** $g(x)= x^2-5x+1$

b) $f(x)= x^2-\frac{1}{3}x+\frac{9}{5}$ **y** $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+5x-3$

Tema 8: Funciones cuadráticas y polinomiales

Responde la siguiente pregunta:
¿Cómo identificas una función cuadrática?

¿Sabías qué?

Las asintotas son líneas rectas o curvas a las que una función se acerca cada vez más, pero nunca llega a cruzar o tocar. Son límites o comportamientos que la función tiende a seguir a medida que se aleja hacia valores extremos del dominio.
Existen diferentes tipos de asintotas:

1. Asintotas verticales: Son líneas verticales a las que la función se acerca a medida que el valor de la variable independiente se acerca a un valor específico. La función puede acercarse infinitamente a la asintota vertical, pero nunca la cruzará. Estas asintotas ocurren cuando el denominador de la función se hace cero o tiende a infinito.

2. Asintotas horizontales: Son líneas horizontales a las que la función se acerca a medida que el valor de la variable independiente tiende a infinito o menos infinito. La función puede acercarse infinitamente a la asintota horizontal, pero nunca la cruzará. Estas asintotas ocurren cuando el grado del polinomio en el numerador es menor o igual al grado del polinomio en el denominador.

3. Asintotas oblicuas: Son líneas diagonales a las que la función se acerca a medida que el valor de la variable independiente tiende a infinito o menos infinito. Estas asintotas ocurren cuando el grado del polinomio en el numerador es exactamente uno mayor que el grado del polinomio en el denominador.

5. Determino las rectas tangentes a las siguientes funciones en los puntos dados:

a) $f(x)= 3x^2-1$, cuando $x=3$

b) $f(x)= x^2- x$, cuando $x=8$

c) $f(x)= 3x^2- 5x - 12$, cuando $x=-4$

6. Encuentro la función cuadrática que corta a la recta y= $\frac{-5x-3}{3}$ los puntos (-3; 2) y (3; -8), y cuyo vértice es el punto:

a) A (1; 5)

b) B (0; -12)

7. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) $x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 23x - 12$

b) $9x^5 + \frac{1}{3}x^4 + 7x^3 - 9x^2 - \frac{1}{3}x - 7$

8. Completo las tablas con las características de las funciones indicadas:

a) $f(x) = \frac{4x^2 - 9}{2x^2 - x - 3}$

Dominio		
Recorrido		
Ceros		
Paridad		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Asíntotas		
Extremos		
Gráfica		

b) $f(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$

Dominio		
Recorrido		
Ceros		
Paridad		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Asíntotas		
Extremos		
Gráfica		

c) $f(x)= \dfrac{x^2 - x - 6}{x - 4}$

Dominio		
Recorrido		
Ceros		
Paridad		
Monotonía	Creciente	
	Decreciente	
Asíntotas		
Extremos		
Gráfica		

9. Realizo las operaciones indicadas, dadas las funciones:

$$f(x)= \frac{2x + 3}{3x - 2} \text{ y } g(x) = \frac{4x}{3x - 2}$$

a) $(f + g)_{(x)}$

b) $(f \cdot g)_{(x)}$

c) $\left(\dfrac{f}{g}\right)_{(x)}$

METACOGNICIÓN

Tema 9: Funciones (Trigonométricas, exponenciales, logarítmicas) y gráficas de funciones

Responder la siguiente pregunta:
¿Cuál es la diferencia entre la función seno y la función coseno?

10. Completo la siguiente tabla de funciones trigonométricas:

	Dominio	Recorrido	Ceros	Monotonía	Simetría	Periodicidad	Asíntotas
$y = sin\ (x)$							
$y = cos\ (x)$							
$y = tan\ (x)$							
$y = sec\ (x)$							
$y = csc\ (x)$							
$y = cot\ (x)$							

11. Realizo las gráficas de las funciones del apartado anterior, con ayuda de una calculadora en mi cuaderno de trabajo.

12. Grafico las siguientes funciones y **enlisto** las características de cada una:

a) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

b) $f(x) = 4^{-x}$

c) $f(x) = (\sqrt{2})^{-x}$

d) $f(x) = (\sqrt{2})^{x}$

13. Resuelvo los siguientes ejercicios:
a) ¿Cuál es la base del logaritmo de 8 si este es igual a 6?

b) **Hallo** el númer o cuyo logaritmo de base 64 es igual a $\frac{-2}{3}$
c) ¿A qué número es igual el logaritmo en base 9 de 27?

14. Trazo la gráfica de las siguientes funciones, y **determino** dominio, recorrido, ceros, extremos y paridad de cada una:

a) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{7}$

b) $f(x) = \sqrt{-x + 4}$

c) $g(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$

d) $h(x) = |x + 1| + |x - 2|$

15. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ y $g(x) = x - 2$, **hallo** $(f \circ g)^{(x)}$

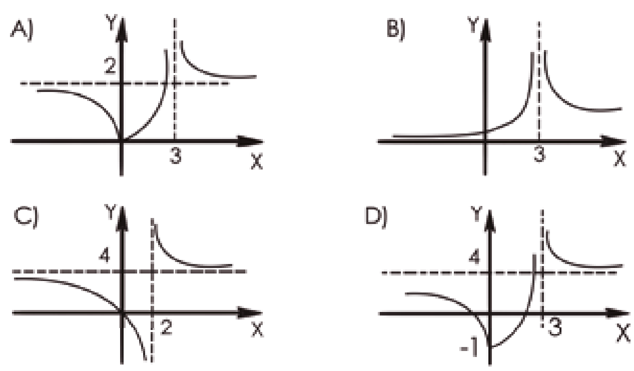
b) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x + 1};\ x \in [-1;3]$ y $g(x) = x^2 + 2x; x \in [0;5]$ **determino** la gráfica de $(f \circ g)^{(x)}$

c) Si $f \circ g$ son funciones definidas por : $(f \circ g)^{(x)}$

$f(x) = |x| - 1$

$g(x) = \frac{4x}{x - 3}$

¿Cuál es la figura que mejor representa la gráfica de $(f \circ g)^{(x)}$



Trabajemos por competencias...

Este tema de gráfica de funciones lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

16. determino las características de la siguiente función:
$y=-3x^2+6x-3$
a) Dominio
b) Rango
c) Intersección con los ejes
d) Vértice
e) Monotonía
f) Gráfica

17. Resuelvo el siguiente problema utilizando los límites de una función:
Un automóvil recorre una distancia de x(t)=(3t+2)2 medida en metros, cuando transcurren t segundos.
¿Cuál es la velocidad cuando t = 5s?

18. Verifico la solución del problema anterior con ayuda de una calculadora o con la aplicación GeoGebra.
(https://www.geogebra.org/graphing?lang=es)

19. Calculo las operaciones indicadas y **Grafico** las funciones.
Dadas las funciones $f(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$ y $g(x) = \frac{x-5}{(x-1)^8}$

a) $(f+g)_{(x}$

b) $(g-f)_{(x)}$

c) $(f \cdot g)_{(x)}$

d) $\left(\frac{g}{f}\right)_{(x)}$

20. Realizo la gráfica de las siguientes funciones y **encuentro** la ecuación de las asíntotas:

a) $f_{(x)} = \frac{3x^2 - 16x + 5}{3x^2 - 13x + 4}$

b) $g_{(x)} = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$

c) $h_{(x)} = \frac{18}{x^2} - \frac{36}{x}$

21. Resuelvo el siguiente problema:
Se desea construir una cisterna en forma de cilindro recto con una capacidad de 100 litros:

a) Escribo una función que relacione el área total de la cisterna (incluida la tapa) en función del radio.
b) Realizo una gráfica de la función encontrada.

22. Completo la tabla con las características de las funciones indicadas:

a) $f(x) = 6 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$

Dominio	
Ceros	
Recorrido	
Monotonía	
Simetría	
Asíntotas	
Periodicidad	
Máximos	
Mínimo	

b) $f(x) = 5 \sec(4x + 2) - 7$

Dominio	
Ceros	
Recorrido	
Monotonía	
Simetría	
Asíntotas	
Periodicidad	
Máximos	
Mínimo	

23. Resuelvo el siguiente problema:
En la provincia de El Oro, la población de orugas que afecta a la producción de maíz, después de t días está dada por la ecuación:

$$\mathcal{P}(t) = 8000 + 2000 \sin \left(\frac{\pi t}{4}\right);\ 0 \leq t \leq 12$$

a) ¿Cuál fue la población inicial de orugas?
b) ¿Cuál fue la población al quinto día?
c) ¿Cuál fue el mayor tamaño de la población?
d) ¿Cuándo la población alcanza los 600 individuos?

24. Grafico las siguientes funciones:

a) $f(x) = (1,5)^{x}$

b) $f(x) = (0,7)^{x}$

c) $h(x) = 5^{0,2x}$

25. Determino el límite de las siguientes sucesiones:

a) $\sum_{n}^{\infty} = \frac{1}{2^{n} + n^{2}}$

b) $\sum \frac{sen(n) \cdot sen\ (n)}{n(n+1)}$

c) $\sum_{n}^{\infty} = \frac{1}{n^{n}}$

26. Resuelvo las siguientes ecuaciones:

a) $4^{x-1} = 3^{3x}$

b) $(2,3)^{x} = (1,5)^{x+1}$

c) $\sqrt{x} = -1$

27. Resuelvo el siguiente problema:
En un laboratorio médico, para determinar el número de individuos en un cultivo de bacterias, se emplea la expresión N(t)= B.004t , donde t se mide en minutos.
¿Cuántas bacterias habrá en dos horas, si inicialmente existían 2 500 bacterias?

28. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Si $f(x+\frac{36}{x}) = 3x - 2$, **determino** $f(-5)$.

b) Si $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x + 7$ y $f(x) = 2x + 3$, **determino** $g(x)$.

29. Grafico las siguientes funciones, de acuerdo con las condiciones dadas:

a) $y = \sqrt{x}$ desplazada 7 unidades a la izquierda.

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$, con un alargamiento del triple en el eje horizontal.

c) $g(x) = \frac{x-1}{x(x-2)}$, con una reflexión horizontal.

30. Grafico las siguientes funciones:

a) $y = s\left(x + \frac{1}{x}\right)$

b) $f(x) = sen\left(\frac{x^2 + x - 6}{x + 1}\right)$

c) $y = (x-3)+1$

31. Grafico las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3; & 0 \leq x < 2 \\ 2x + 1; & 2 \leq x < 5 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 - 3; & x \leq 0 \\ |x - 2| + 3; & 0 < x \leq 3 \end{cases}$

c) $h(x) = \begin{cases} x + 1; & -3 < x \leq -1 \\ x^2; & -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{x^2 - 3}; & 1 < x \leq 4 \end{cases}$

d) $i(x) = \begin{cases} 5 - \sqrt{2x - 3}; & x \leq -3 \\ 6 + 2x - x^2; & x > -1 \end{cases}$

32. Determino las opciones planteadas de la función:

$f(x) = 5(5x+8)(x+4)(x-8)^2(x-9)$

a) Las intersecciones con el eje de las x.

b) La multiplicidad de las raíces.

c) **Expreso** la función de manera anidada.

d) **Aplico** el Teorema del valor medio cuando $x = 2$ y $x = 3$.

33. Resuelvo el siguiente problema:

En un parque de diversiones, Marisol se encuentra girando en una rueda moscovita. Se ha registrado en la siguiente tabla la altura a la que se encuentra, medida desde el suelo, en función del tiempo.

t (s)	0	7,5	15	22,5	30
Altura (m)	0	6,75	13,5	67,5	0

Determino una función que relacione el tiempo y la altura.

34. Encuentro la función que represente el modelo más simple para los siguientes datos:

x	-180°	0°	180°	360°	540°	720°	900°
y	17	13	17	21	17	13	17

a) Realizo la gráfica de la función.

b) Encuentro la función inversa.

35. Resuelvo los siguientes sistemas de ecuaciones por el método gráfico:

a) $\begin{cases} x + y + 4 = 26 \\ x + y - 10 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt[x-y]{x + y} = 2\sqrt{3} \\ (x + y)2^{y-x} = 3 \end{cases}$

36. Trazo las gráficas de las siguientes funciones:

a) $y = ln\,(x + 2)| \;+3$

b) $f(x) \;= 1 - ln\,(x + 2)|$

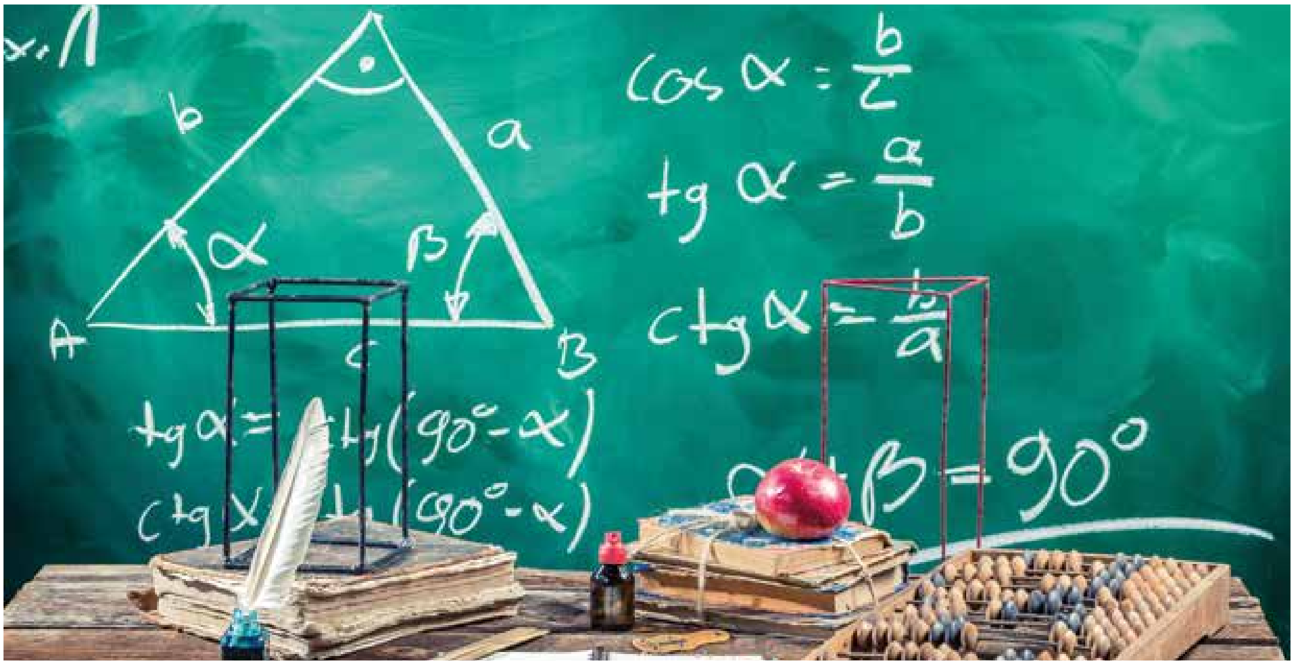
c) $f(x) = (2,3^{0,05x}\,;\; si\; x < 0\,|\,x\, In\, x|\!:\; si\; x > 0$

37. Resuelvo los siguientes ejercicios:

$Si\ a_n = 5\ \ b_n = -4\ C_n = \frac{2}{3}$

Si $a_n = 5; \quad b_n = -4 \quad c_n = \frac{2}{3}$ **hallo** el valor al cual converge $d_n = \frac{5a_n + 3a_n b_n}{4c_n}$

Hallo el n-ésimo término para la sucesión cuyos primeros términos son $-\frac{2}{1}; \frac{8}{2}; -\frac{26}{6}; \frac{80}{24}; -\frac{242}{120}$ y **determino** si se converge o no.



http://tinyurl.com/mr2v9rd6

METACOGNICIÓN

Notas

EVALUACIÓN DE SECCIÓN I DE BACHILLERATO

1. Descomponer en factores los ejercicios propuestos

a) $X^2 + 5x + 6$

b) $9x^2 - 12xy + 4y^2$

2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución

$X + y - z = -14$

$X - 3y + 2z = 16$

$2x - 2y - 3z = 5$

3. Abigail y Bernardo pueden hacer un proyecto de Física en 9 días; Abigail y Camilo son capaces de hacerlo en 8 días; y Bernardo y Camilo lo hacen en 12 días. ¿Cuánto tiempo se tarda cada persona en hacer el trabajo si lo hacen solos

4. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 18 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 19 & 2 \end{pmatrix}$$

Determinar:

AB =

A + C=

5. Determina la matriz inversa de la siguiente matriz dada:

$$C = \begin{pmatrix} \frac{5}{48} & \frac{1}{48} & \frac{7}{48} \\ \frac{1}{48} & -\frac{19}{48} & \frac{11}{48} \\ \frac{13}{48} & -\frac{7}{48} & -\frac{1}{48} \end{pmatrix}$$

6. Dadas la funciones realice las operaciones indicadas:

$$f(x) = \frac{2x+3}{3x-2} \text{ y } g(x) = \frac{4x}{3x-2}$$

a) $(f + g)_{(x)}$
b) $(f \cdot g)_{(x)}$
c) $(f \circ g)_{(x)}$

¿Alguna vez has pensado...?

JUNTOS LEEMOS

¿Los personajes podrían haber usado las matemáticas para evitar la confusión?

Una confusión cotidiana

Un problema cotidiano, del que resulta una confusión cotidiana. A tiene que concretar un negocio importante con B en H, se traslada a H para una entrevista preliminar, pone diez minutos en ir y diez en volver, y en su hogar se enorgullece de esa velocidad.

Al día siguiente vuelve a H, esa vez para cerrar el negocio. Ya que probablemente eso le insumirá muchas horas. A sale temprano. Aunque las circunstancias (al menos en opinión de A) son precisamente las de la víspera, tarda diez horas esta vez en llegar a H. Lo hace al atardecer, rendido. Le comunicaron que B, inquieto por su demora, ha partido hace poco para el pueblo de A y que deben haberse cruzado

por el camino. Le aconsejan que aguarde. A, sin embargo, impaciente por la concreción del negocio, se va inmediatamente y retorna a su casa.

Esta vez, sin prestar mayor atención, hace el viaje en un rato. En su casa le dicen que B llegó muy temprano, inmediatamente después de la salida de A, y que hasta se cruzó con A en el umbral y quiso recordarle el negocio, pero que A le respondió que no tenía tiempo y que debía salir en seguida.

Pese a esa incomprensible conducta, B entró en la casa a esperar su vuelta. Ya había preguntado muchas veces si no había regresado todavía, pero continuaba aguardando aún en el cuarto de A.

Contento de poder encontrarse con B y explicarle lo sucedido. A corre escaleras arriba. Casi al llegar, tropieza se tuerce un tobillo y a punto de perder el conocimiento, incapaz de gritar, gimiendo en la oscuridad, oye a B —tal vez ya muy lejos, tal vez a su lado—que baja la escalera furioso y desaparece para siempre.

Franz Kafka

Tomado de http://tinyurl.com/2s42b3hu)
Franz Kafka (1883-1924) Escritor nacido en Praga en el seno de una familia acomodada perteneciente a la minoría judía de lengua alemana.

SECCIÓN 2

Objetivos:

O.M.5.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.
O.M.5.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

Temas:

1: Sucesiones y Progresiones
2: Derivadas e Integrales
3: Optimización e integrales definidas
4: Vectores y ecuaciones de la recta
5: Planos paralelos y perpendiculares

Criterios de evaluación:

CE.M.5.4. Reconoce patrones presentes en sucesiones numéricas reales, monótonas y definidas por recurrencia; identifica las progresiones aritméticas y geométricas; y, mediante sus propiedades y fórmulas, resuelve problemas reales de matemática financiera e hipotéticas.
CE.M.5.5. Aplica el álgebra de límites como base para el cálculo diferencial e integral, interpreta las derivadas de forma geométrica y física, y resuelve ejercicios de áreas y problemas de optimización.
CE.M.5.6. Emplea vectores geométricos en el plano y operaciones en R2 , con aplicaciones en física y en la ecuación de la recta; utiliza métodos gráficos, analíticos y tecnológicos.
CE.M.5.8. Aplica los sistemas de inecuaciones lineales y el conjunto de soluciones factibles para hallar los puntos extremos y la solución óptima en problemas de programación lineal.

***Al final de la sección** habré aprendido aplicaciones de progresiones, derivadas, integrales y optimización.*

Fuente: https://shorturl.at/cMQX4

Tema 1: Sucesiones y Progresiones

Responda la siguiente pregunta:

¿Se pueden sumar todos los números reales? justifique su respuesta

¿Sabías qué?

Para encontrar un valor n de una sucesión, primero debemos saber el tipo de sucesión que es a^n a^1. Si es una sucesión aritmética, podemos usar la fórmula $a^n = a^1 + (n - 1) \cdot d$. Si es una sucesión geométrica, podemos usar la fórmula $a^n = a^1 \cdot r^{(n-1)}$.

1. Hallo los cinco primeros términos de las sucesiones definidas por recurrencia:

a) $a_1 = 2;\ a_{n+1} = 5 + a_n$

b) $a_1 = 6;\ a_{n+1} = \frac{-a}{a-n}$

c) $a_1 = 5;\ a_{n+1} = -3a_n$

2. Resuelvo los siguientes problemas:

a) En una progresión aritmética, el sexto término es 15 y la diferencia es $\frac{3}{2}$ Halla el término que se encuentra en el lugar 16.

b) Encuentra tres números consecutivos que se hallen en progresión aritmética, cuya suma sea 39.

c) Halla la suma de los diez primeros términos de la progresión geométrica: 7; 21; 63; 189.

d) Halla el quinto término de una progresión geométrica si se sabe que el primer término es 2 y el noveno es 13 122.

3. Resuelvo los siguientes problemas en mi cuaderno de trabajo:

a) Se depositan $28 000 al 6% durante 3 años. **Determino** el valor futuro del capital si el interés se acumula continuamente. ($e^{0.18} = 1{,}197$)

b) Una persona decide ahorrar 900 dólares al inicio de año, en un banco. Si el banco le paga el 6,5% de interés anual compuesto, ¿cuál será el capital al cabo de 7 años?

c) Un comerciante empieza su negocio con $12 675, y ha visto crecer su capital en 7,3% cada año. ¿Cuál es su capital luego de 15 años?

4. Deduzco la fórmula del término general de cada sucesión a partir de los siguientes términos:

a) $3;7;11;15;19;\ldots$

b) $10;14;18;22;29;\ldots$

c) $\frac{2}{1};\frac{4}{3};\frac{6}{5};\frac{8}{7}$

5. Calculo el límite de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = \left\{ \frac{9(2^{n-1} + 4(3^n))}{9(2^{n-1}) + 4(3\quad)}_{n \geq 1} \right\}$

b) $a_n = \left\{ (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \left(\sqrt{n + \frac{2}{1}} \right)_{n \in \mathcal{N}} \right\}$

c) Si $\{a_n\}$ es una sucesión tal que $a_1 = \sqrt[3]{60}$ y $a_{n+1} = \sqrt[3]{60 + a_n}; \forall n \geq 1$,
¿cuál es el límite de la sucesión?

6. Resuelvo los siguientes problemas:

a) ¿Cuánto tiempo debe pasar para que un capital se cuadriplique a una tasa del 7,3% trimestral?

b) La diferencia entre los capitales de dos personas, A y B, es igual a $5 400. Si la primera coloca su capital al 2,5% y la segunda al 3%, ambos reciben el mismo interés después de cierto tiempo.

¿Cuál es la suma de sus capitales?

c) Miguel ha separado su capital en tres partes para imponerlas al a%, 2a% y (2a+2)%, respectivamente. Sabiendo que las tres partes le producen igual interés,
¿cuánto es la parte impuesta al 2a%?

7. Resuelvo los siguientes problemas:

a) Demuestro que para cada entero positivo n se cumple que:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n+1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

b) Demuestro que para cada entero positivo n se cumple que:

$$\frac{1}{1x^2 \cdot x^3} + \frac{1}{2x^3 \cdot x^4} + \frac{1}{3x^4 \cdot x^5} + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4n(n+1)(n+2)}$$

c) Demuestro que para cada entero positivo n se cumple que:

$(n^2 + 5n)$ es divisible por 2

d) Demuestro que:

$(3n^2 + 15n)+6$ es divisible por 6; $\forall n \geq 1$

8. Calculo aplicando el teorema de la media aritmética.

a) $\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{\frac{8}{3}}+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{\frac{16}{5}}+\ldots\sqrt[3]{\frac{4n}{n+1}}$

b) $\sqrt[n]{n!}$

Trabajemos por competencias...

Este tema de progresiones lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

METACOGNICIÓN

Fuente: https://shorturl.at/rDUY6

Tema 2: Derivadas e Integrales

Responde la siguiente pregunta:

¿Cómo se puede explicar la utilidad práctica de las integrales en contextos del mundo real? Proporciona ejemplos concretos de situaciones en las que las integrales desempeñan un papel crucial y describa cómo ayudan a resolver problemas en áreas como la física, la economía o la ingeniería.

¿Sabías qué?

Las derivadas se utilizan para estudiar el comportamiento de las funciones matemáticas. Pueden usarse para:

- *Identificar los máximos y mínimos de una función.*
- *Determinar la concavidad de una función.*
- *Localizar puntos críticos de una función. Un punto crítico de una función es un punto donde la derivada es cero o infinita.*
- *Analizar la tendencia de una función en un intervalo determinado.*

1. Calculo la pendiente de la recta tangente a las curvas, en los puntos dados:

a) $y = 3x^3$ en $x = 2$

b) $y = 3x^2 - 1$ en $x = 3$

c) $f(x) = 8x^3 - 7x^2$, en $x = 0$

2. Calculo las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = 3x^4 - 2x^3 + 5x$

b) $f(x) = (x^2 + 2x - 3) \cdot (x^3 - x)$

c) $g(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 9x}$

3. Calculo las siguientes integrales definidas:

a) $\int_1^5 (x^2 - 6x + 10)\, dx$

b) $\int_3^{11} \sqrt{2x + 3}\, dx$

c) $\int_3^8 \sqrt{(tx + 1)}\, dx$

4. Determino la segunda derivada y la integral de las siguientes funciones:

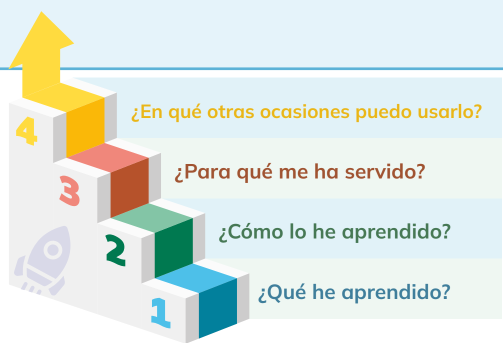
a) $f(x) = 2x^6 - 15x^4 - 1$

b) $g(x) = \dfrac{2x + 1}{3x - 2}$

c) $h(x) = x^2 + 8x$

d) $y = \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2$

METACOGNICIÓN



Tema 3: Optimización e integrales definidas

Responde la siguiente pregunta:
¿Cómo la optimización se utiliza para mejorar procesos, maximizar beneficios o minimizar costos en campos como la ingeniería, la gestión empresarial o la planificación logística?

¿Sabías qué?

Los pasos para resolver un ejercicio de optimización son los siguientes:
Identificar la función a optimizar. La función a optimizar es la función que se desea maximizar o minimizar. En algunos casos, la función a optimizar puede estar implícita en el enunciado del problema.
Identificar las variables de la función. Las variables de la función son los valores que se pueden variar para optimizar la función.

Establecer las restricciones del problema. Las restricciones del problema son las condiciones que deben cumplirse para que la solución sea válida.

Resolver la ecuación de la primera derivada. La ecuación de la primera derivada es una ecuación que relaciona las variables de la función. Esta ecuación se puede usar para encontrar los puntos críticos de la función.

Examinar los puntos críticos. Los puntos críticos de la función pueden ser máximos, mínimos, o puntos de silla. Para determinar el tipo de extremo, se puede usar el criterio de la segunda derivada.

Comprobar las restricciones. Una vez que se han encontrado los puntos críticos, se deben comprobar las restricciones del problema para determinar si son soluciones válidas.

5. Resuelvo los siguientes problemas:
a) Un automóvil parte del reposo, y se mueve a una velocidad dada numéricamente por $v=(3t^2+5)\frac{m}{s}$, **Determino** la distancia recorrida por el automóvil en los primeros 5 segundos.
b) Se desea fabricar una caja sin tapa, con una base cuadrada y con un área de 450 cm^2. ¿Cuáles serán las dimensiones de la caja si se necesita que el volumen sea máximo?
c) Se desea construir un marco rectangular de madera que encierre una fotografía con una superficie de 8 dm^2. El precio del marco lateral es $2 por cada dm y el del marco superior e inferior es de $4 por cada dm. **Calculo** las dimensiones del marco para que su coste sea mínimo. ¿Cuál es este coste?

6. Calculo las siguientes integrales: desde X = 0 hasta x = 3

a) $\int (2x + e^{x})dx$

b) $\int (\pi + 1)(\cos 2x)\, dx$

c) $\int sen^2 x \cos x\, dx$

d) $\int e^2 x dx$

7. Resuelvo los siguientes problemas:

a) Hallo el volumen del sólido de revolución obtenido al rotar alrededor de la recta $y=-1$ la región comprendida entre las curvas $y=x^2$ y $y=\sqrt{x}$.

b) Hallo el volumen del sólido generado por la rotación de la región comprendida entre la curva $y=x^2-2x$ y el eje x, alrededor del eje de las abscisas.

c) Encuentro el volumen del sólido de revolución generado al rotar alrededor del eje x la región acotada por las curvas $y=x^2$, $x=0$ y $x=2$.

8. Resuelvo las siguientes integrales:

a) $\int (3x \cos x)\, dx$

b) $\int \frac{x \cos x}{sen^2 x}\, dx$

c) $\int \frac{Ln(x)}{\sqrt{x}}\, dx$

d) $\int (e^{ax} sen(bx))dx$

METACOGNICIÓN

¿Alguna vez has pensado...?

JUNTOS LEEMOS

¿Podrías escribir un poema similar con base en una operación matemática?

El ladrón de naranjas

Un ladrón un cesto de naranjas
del mercado robó
y por entre los huertos escapó;
al saltar una valla, la mitad más media perdió;
perseguido por un perro,
la mitad menos media abandonó:
tropezó en una cuerda,
la mitad más media desparramó;
en su guarida, dos docenas guardó.
Vosotros,
los que buscáis la sabiduría;
decidnos:
¿cuántas naranjas robó el ladrón?

Anónimo

Tomado de https://bit.ly/2Kitl3J (31/10/2018)

Fuente: https://shorturl.at/esB02

Tema 4: Vectores y ecuaciones de la recta

Responder la siguiente pregunta:

Enumera tres aplicaciones de los vectores en la vida diaria

¿Sabías qué?

El módulo de un vector es la longitud del segmento orientado que lo define. El módulo de un vector es un número siempre positivo y solamente el vector nulo tiene módulo cero.

Para calcular el módulo de un vector en coordenadas rectangulares, se utiliza el teorema de Pitágoras:

$$|v| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

|v| representa el módulo (o magnitud) del vector v.

vx es la componente en el eje x del vector.

vy es la componente en el eje y del vector.

1. Realizo una gráfica para cada vector y calculo su módulo.

a) $\vec{A} = [-7; 1]$

b) $\vec{B} = [3; -1]$

c) $\vec{C} = [3; 6]$

d) $\vec{D} = [-2; 7]$

2. Realizo las operaciones con los siguientes vectores:

$\vec{A}=[1; 5]$; $\vec{B}=[-2; 3]$ y $\vec{C}=[3; -6]$

a) $\vec{A} + \vec{B}$

b) $-\vec{C}$

c) $\overrightarrow{2B} - \vec{C}$

d) $\vec{A} \overrightarrow{-3B} + \vec{C}$

e) $-(\vec{A} + \vec{B}) + 2C$

Trabajemos por competencias...

Este tema de vectores lo vas a trabajar con tu maestra (o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

3. Compruebo si los siguientes pares de vectores son ortogonales:

a) (1, 2) y (-2, 1)

b) (3, 0) y (5, 5)

c) (1, -3) y (-2, 4)

d) (2, -2) y (-2, -2)

4. Utilizo el concepto de vector ortogonal para demostrar que los puntos medios de un cuadrado también forman un cuadrado.

5. Resuelvo las siguientes ecuaciones:

a) Ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto A (5, -1) y tiene pendiente 3.
b) Ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos A (-6, -3) y B (-5, 7).
c) Ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto A (-5, 2) y tiene pendiente -2.
d) Ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos A (-2, -1) y B (-2, 1).

6. Hallo la ecuación del lugar geométrico de las situaciones presentadas a continuación:
7. Resuelvo los siguientes problemas:
a) Un punto se mueve de tal manera que su distancia del eje Y es siempre igual a la distancia al punto A (3, 0).
b) Un punto se mueve de tal manera que la suma de sus distancias a los dos puntos A (0, -3) y B (0, 3) es siempre igual a 7.
c) Un punto se mueve de tal manera que se conserva siempre equidistante de los puntos A (-3, 5) y B (0, -2).
d) Un punto se mueve de tal manera que el cuadrado de su distancia al punto (6, 1) es siempre igual a su distancia al eje Y.

7. Resuelvo los siguientes problemas:
a) Un paralelogramo MNSR tiene tres de sus cuatro vértices en M (0, 3); N (-1, 2); O (-2, 8). Usando vectores, **determino** el vértice que falta.
b) determino el tipo de cuadrilátero que se forma al unir consecutivamente los siguientes puntos A (-2, 5); B (3, 4), C (-3, -1); D (4, 10), utilizando los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{DA}$.
c) Dados los puntos A (3, -2); B (-7, 8); C (2, -7) y D (3, -5), **demuestro** que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ son paralelos y determina el sentido de cada uno de ellos.

8. Resuelvo las siguientes operaciones de manera gráfica dados los puntos A (4, -5); B (5, 2) y C (-2, 3):

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$

b) $-\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{BC}$

c) $3\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{CB}$

9. Calculo el módulo de los vectores.

$\vec{u}=[2;\ -1];\vec{v}=[-1;\ -1];\vec{w}=[1\ ;-1],$

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{u} - 3\vec{v} - \vec{w}$

c) $\vec{u} - 2\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$

d) $\vec{w}\cdot\vec{v}$

10. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Calculo la tangente del ángulo que forman los vectores
$M=(3,1;-3)$ y $N=(-4,1;-2)$.

b) Hallo las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos
$P(-1,2)$ y $P(5,1)$.

c) Determino la ecuación de la recta que pasa por el punto P (2,−4) y es paralela al vector $v=2i-3j$.

d) Encuentro el punto de intersección de las rectas dadas.

$\mathcal{L}_1: \frac{x-7}{4} = y; \qquad \mathcal{L}_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{\frac{1}{2}}$

11. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Encuentro la ecuación de la circunferencia con centro en el punto P (2, 1) y que pasa por el punto Q (-7, 9).

b) Determino los semiejes, las coordenadas de los vértices y de los focos de la elipse $0{,}25x^2+y^2=1$.

c) Hallo la ecuación de la parábola que tiene el vértice en el punto R (3, 2) y el foco en el punto F (3, 4).

d) Encuentro la ecuación canónica de la hipérbola si es horizontal y su semieje menor es igual a 4 y la distancia focal es igual a 16.

12. Resuelvo el siguiente ejercicio:

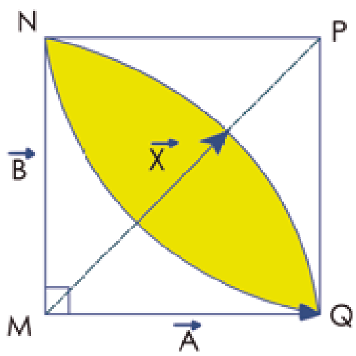
Sea el trapecio ABCD, siendo M y N los puntos medios de las diagonales. **Demuestro** vectorialmente que:

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

b) $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{DC}$

13. Determino el vector $\overrightarrow{x}$, expresado en función de los vectores $\overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{b}$ del cuadrado MNPQ.



14. Encuentro el valor de t, dados los vectores $\overrightarrow{A}=(1-t, 1-2t)$ y $\overrightarrow{B}=(t-3, t-2)$, de manera que:

a) $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$ sean ortogonales

b) se cumpla que $\sqrt{3}\,|\overrightarrow{A}| = |\overrightarrow{B}|$

c) $\overrightarrow{A}$ y $\overrightarrow{B}$ sean paralelos

15. Resuelvo los siguientes problemas:

a) La unión consecutiva de los puntos M, N, P, Q forma un paralelogramo. Si las coordenadas de los tres primeros puntos son M (2, 1); N (-1, 0) y P (2, -1), utilizando vectores, **encuentro** el punto Q y la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos P y Q.

b) **Escribo** la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos A (2, 3) y B (10, 9), cuyo diámetro es el segmento AB.

c) Un satélite se lanza vinculado a un cohete, para ser colocado en órbita elíptica alrededor de la Tierra, con el centro de esta en uno de los focos de la elipse. **Calculo** la excentricidad de la órbita del satélite si la distancia máxima de la superficie de la Tierra es de 1 255 km y la distancia mínima de la superficie de la Tierra es de 1 542 km. Además, se conoce que el radio medio de la Tierra es de 6 371 km.

¿Alguna vez has pensado...?

JUNTOS LEEMOS

¿Cómo se inventó un número que representa la nada, el vacío, la ausencia?

Oda al número cero

Redonda negación, la nada existe
encerrada en tu círculo profundo
y ruedas derrotado por el mundo
que te dio la verdad que no quisiste.
Como una luna llena es tu figura
grabada en el papel a tinta y sueño.
Dueño de ti te niegas a ser dueño
de toda la extensión de la blancura.
Tu corazón inmóvil y vacío
ha perdido la sangre que no tuvo.
Es inútil segar donde no hubo
más que un cuerpo en el cuerpo sin baldío.
Redonda negación, redonda esencia
que no ha podido ser ni ha pretendido.
Solo la nada sueña no haber sido
porque no ser es ser en tu existencia.

Enrique Morón

Tomado de http://tinyurl.com/ycn4s284
Enrique Morón (1942). Poeta y dramaturgo español Catedrático universitario. Entre sus obras tenemos Poemas. Romancero alpujarreño y El alma gris.

Fuente: https://shorturl.at/cBCGS

Tema 5: Planos paralelos y perpendiculares

Responda la siguiente pregunta:
¿En tu aula de clase explica cuántos planos paralelos y perpendiculares puedes encontrar?

¿Sabías qué?

Para saber si dos planos son paralelos, podemos usar los siguientes métodos:
Comparar los vectores normales de los planos. Los vectores normales de dos planos paralelos son paralelos entre sí.
Comparar los ángulos entre los planos. Los ángulos entre dos planos paralelos son iguales.
Para saber si dos planos son perpendiculares, podemos usar los siguientes métodos:

- *Comparar los vectores normales de los planos. El producto escalar de los vectores normales de dos planos perpendiculares es igual a cero.*
- *Comparar los ángulos entre los planos. El ángulo entre dos planos perpendiculares es de 90 grados.*

1. Determino la norma de los siguientes vectores:

a) $\vec{u}=(2,1,-1)$

b) $\vec{v}=(2,-1,-2)$

c) $\vec{x}=\left(-\frac{1}{2},\frac{7}{2},-\frac{3}{2}\right)$

2. Calculo las operaciones dados los siguientes vectores:

$\vec{A}=(2,-1,4)$; $\vec{B}=(-1,1,2)$ y $\vec{C}=(1,-1,1)$,

a) $\vec{A}\cdot\vec{B}$

b) $\vec{C}\cdot\vec{B}$

c) $\vec{B}\cdot\vec{C}$

3. Determino si los siguientes pares de planos son paralelos:

a) P1: - 3x + 2y - 7z + 2 = 0 P2: 6x + 4y - 21z + 5 = 0

b) P1: 2x + 4y - 2z = 1 P2: - 3x - 6y + 3z = 10

c) P1: 4x - y + 3z = 1 P2: 2x + 2y - 3z = 5

4. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Hallo la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos:
$\mathcal{A}$ (1, 2, 3) y $\mathcal{B}$ (-1, 0, 1).

b) Encuentro las ecuaciones paramétricas de la recta, que sea paralela al plano $\mathcal{P}$: 3x-y-4z+16=0 y al plano xy, y que pase por el punto $\mathcal{P}$ (2,0,3).

c) Hallo la ecuación del plano $\mathcal{P}$ que contiene a la recta $\mathcal{L}:\{2x-y-4z+7=0\ 3x+2y+z=0$ es perpendicular al plano $\mathcal{P}_1$:2x+y-2z+1=0

d) Encuentro la intersección de los planos:
$\mathcal{P}^1: x+y+z+1=0 \quad y \quad \mathcal{P}^2: x-y-z+2=0$

5. Determino si los siguientes conjuntos de vectores son linealmente dependientes, usando las transformaciones de Gauss:

a) $\mathcal{A}=\{x_1=[4,-1,-2];x^2=[0,0,0];x^3=[-1,\ 4,3]\}$

b) $\mathcal{A}=\{x_1=[0,-3,\ 3];x^2=[5,-2,-2];x^3=[15,-15,3]\}$

METACOGNICIÓN

EVALUACIÓN DE SECCIÓN II DE BACHILLERATO

1. Hallar los primeros cinco términos de la sucesión definida por:

a1 = 5 ; an+1 = - 3 an

2. Encuentra tres números consecutivos que se hallen en progresión aritmética, cuya suma sea 49

3. Halla el quinto término de una progresión geométrica si se sabe que el primer término es 2 y el noveno es 13 122.

4. Calcule la pendiente de la recta tangente a la curva en los puntos dados:

$y = 3x^2 - 1$ en $x = 3$.

5. Calcule la derivada de la siguiente función:

$$g(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 9x}$$

6. Halle el valor de la siguiente integral definida

b) $\int_3^{11} \sqrt{2x+3}\,dx$

7. Se desea fabricar una caja sin tapa, con una base cuadrada y con un área de 450 cm2. ¿Cuáles serán las dimensiones de la caja si se necesita que el volumen sea máximo?

8. Encuentro el volumen del sólido de revolución generado al rotar alrededor del eje x la región acotada por las curvas y=x2 , x=0 y x=2.

9. Realice las operaciones indicadas con los siguientes vectores:

$$\vec{A} = [1; 5]; \vec{B} = [-2; 3] \text{ y } \vec{C} = [3; -6]$$

a) $\vec{A} - \vec{B}$
b) $2\vec{B} - \vec{C}$
c) $\vec{A} - 5\vec{B} - \vec{C}$

10. Encontrar la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos A (-2, -1) y B (-2, 1).

SECCIÓN 3

Objetivos:

O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la
aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.
O.M.5.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación.

Temas:

1 : Vectores
2 : Problemas analíticos
3 : Estadística descriptiva
4 : Medidas de tendencia central
5 : Medidas de dispersión

Criterios de evaluación:

CE.M.5.6. Emplea vectores geométricos en el plano y operaciones en R2, con aplicaciones en física y en la ecuación de la recta; utiliza métodos gráficos, analíticos y tecnológicos.
CE.M.5.7. Efectúa operaciones en el espacio (tres dimensiones) con vectores, rectas y planos; identifica si son paralelos o perpendiculares, y halla sus intersecciones.
CE.M.5.9. Emplea la estadística descriptiva para resumir, organizar, graficar e interpretar datos agrupados y no agrupados.
CE.M.5.10. Emplea técnicas de conteo y teoría de probabilidades para calcular la posibilidad de que un determinado evento ocurra; identifica variables aleatorias; resuelve problemas con o sin TIC;contrasta los procesos, y discute sus resultados.
CE.M.5.11. Efectúa procedimientos estadísticos para realizar inferencias, analizar la distribución binomial y calcular probabilidades, en diferentes contextos y con ayuda de las TIC.

***Al final de la sección** habre aprendido estadística descriptiva, medidas de tendencia central y dispersión, probabilidades.*

Fuente: https://shorturl.at/lqNS2

Tema 1: Vectores

¿Como aplicas los vectores en tu vida diaria?

1. Determino la norma de los siguientes vectores:

a) $\vec{u} = (2, 1, -1)$
b) $\vec{v} = (2, -1, -2)$
c) $\vec{x} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

2. Calculo las operaciones dados los siguientes vectores:

$\vec{A} = (2, -1, 4); \vec{B} = (-1, 1, 2)$ y $\vec{C} = (1, -1, 1)$,

a) $\vec{A} \cdot \vec{B}$
b) $\vec{C} \cdot \vec{B}$
c) $\vec{B} \cdot \vec{C}$

3. Determino si los siguientes pares de planos son paralelos:

a) $P_1 : -3x + 2y - 7z + 2 = 0$ $P_2 : 6x + 4y - 21z + 5 = 0$
b) $P_1 : 2x + 4y - 2z = 1$ $P_2 : -3x - 6y + 3z = 10$
c) $P_1 : 4x - y + 3z = 1$ $P_2 : 2x + 2y - 3z = 5$

4. Resuelvo los siguientes ejercicios:

a) Hallo la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos:
$\mathcal{A}(1, 2, 3)$ y $\mathscr{B}(-1, 0, 1)$

b) Encuentro las ecuaciones paramétricas de la recta, que sea paralela al plano $\mathrm{P}: 3x - y - 4z + 16 = 0$ y al plano xy, y que pase por el punto P (2,0,3).

c) Hallo la ecuación del plano P que contiene a la recta
$\mathrm{L}: [2x - y - 4z + 7 = 0 \quad 3x + 2y + z = 0$ y es perpendicular al plano $\mathrm{P}_1 : 2x + y - 2z + 1 = 0$

d) Encuentro la intersección de los planos:
$\mathrm{P}_1 : x + y + z + 1 = 0$ y $\mathrm{P}_2 : x - y - z + 2 = 0$

5. Determino si los siguientes conjuntos de vectores son linealmente dependientes, usando las transformaciones de Gauss: a) A=

Dato curioso

Se pueden realizar varias operaciones con vectores cómo: suma resta, producto punto (o producto escalar) y el producto cruz (o producto vectorial).

METACOGNICIÓN

Tema 2: Problemas analíticos de cálculo

¿Cómo crees que se relaciona la resolución de problemas en tu aprendizaje?

1. Resuelvo los siguientes problemas de manera gráfica:

a) La familia López tiene 480 hectáreas en las que se puede sembrar trigo o maíz. La familia dispone de 800 horas para la siembra. Tomando en cuenta la utilidad, los requerimientos laborales mostrados, ¿cuántas hectáreas de cada producto se debe sembrar para maximizar su utilidad?

	Maíz	Trigo
Utilidad por hectárea.	$40	$30
Trabajo por hectárea.	2 horas	1 horas

b) Una fábrica produce relojes digitales y análogos. Se obtiene un ingreso de $400 por cada reloj digital y $700 por cada reloj análogo. En un día no se puede fabricar más de 300 relojes digitales ni tampoco se pueden producir más de 400 relojes en total. Si logra vender toda la producción del día, ¿cuál es el número de relojes de cada clase que conviene fabricar para obtener un ingreso máximo?

c) Vanessa dispone de 80 m^2 de tela de algodón y 120 m^2 de tela de lana. Un traje requiere 1 m^2 de algodón y 3 m^2 de lana; y un vestido de mujer requiere 2 m^2 de cada una de las dos telas.

Calculo el número de trajes y vestidos que debe confeccionar
Vanessa para maximizar los beneficios, si un traje y un vestido se venden al mismo precio.

2. Resuelvo los siguientes problemas de manera analítica:

a) En un sector de la ciudad de Riobamba se van a construir casas de dos tipos: A y B. La empresa constructora dispone de $1 800 000, siendo el costo de cada tipo $30 000 y $20 000, respectivamente. El municipio exige que el número total de casas no supere 80. Sabiendo que el beneficio por la venta de una casa B es de $4 000, y por una casa A es de $3 000, ¿cuántas casas A deben construirse para obtener el máximo beneficio?

b) Un colegio contrata a una empresa de transporte para llevar a 1 200 estudiantes a una excursión. La empresa de transportes dispone de autobuses de 50 pasajeros y de microbuses de 30 personas. El precio de cada viaje en el autobús es de $252 y el viaje en microbús es de $180 dólares. Si la empresa dispone únicamente de 28 conductores, ¿cuál es el costo máximo del viaje?

3. Resuelvo el siguiente problema utilizando el método simplex:
Manuel quiere mejorar el negocio de explotación de maíz integral aplicando las técnicas de programación lineal.

Su negocio es la venta de productos derivados del maíz, de los cuales hay cuatro tipos: maíz troceado para ensalada, puré de maíz, maíz seco y maíz deshidratado frito. Dedica, como máximo, 75 horas semanales a su negocio. Para fabricar un kilo de cada producto, el tiempo a dedicar es el siguiente:

- Maíz troceado: 3 horas.
- Puré de maíz: 5 horas.
- Maíz seco: 10 horas.
- Maíz deshidratado frito: 15 horas.

Como su almacén es pequeño, no puede tener almacenados más de 17 kilos de producto terminado ni más de 130 kilos en sacos de maíz. No todos los productos tienen igual rendimiento.

Por cada kilo de producto terminado se necesita una cantidad mayor de producto bruto, la relación es la siguiente:

- Para hacer un kilo de maíz para ensalada, necesita 7 kilos de maíz.
- Para hacer un kilo de puré de maíz, necesita 5 kilos de maíz.
- Para hacer un kilo de maíz seco, necesita 3 kilos de maíz.
- Para hacer un kilo de maíz deshidratado frito, necesita 2 kilos de maíz.

La ganancia también es diferente:

- $4 por kg de maíz ensalada.
- $5 por kg de puré de maíz.
- $9 por kg de maíz seco.
- $11 por kg de maíz deshidratado frito.

¿Cuánto debe fabricar de cada una de las especialidades para obtener el máximo beneficio?

¿Alguna vez has pensado...?

JUNTOS LEEMOS

¿Sabes cómo se calcula matemáticamente la velocidad de la luz?

Dos choques

I

¡Qué bárbaro! No sé cómo no me vio, por suerte yo no iba tan despacio. Por eso cuando me pegó en la defensa trasera, no me dio tan fuerte. Yo iba a unos 100 km/h, y él iba como a 140 km/h. ¡Qué suerte que avanzábamos en la misma dirección!

Cuando dos vehículos que llevan la misma dirección chocan, sus velocidades se restan.

II

No recuerdo qué pasó. El policía le explicó a mi familia que, como el otro coche venía en sentido contrario, la velocidad final de la colisión fue enorme.

Cuando dos vehículos llevan direcciones opuestas, al encontrarse y chocar, sus velocidades se suman.

Estos escenarios nos hablan de choques que, desafortunadamente, pueden verse todos los días. Pero hay otro tipo de colisiones donde las velocidades ni se restan ni se suman. Si chocaras contra una partícula de luz, no importaría la dirección ni la velocidad que lleves, pues la luz siempre viaja a la misma velocidad: casi 300 mil kilómetros por segundo. Las velocidades no se sumarían, ni se restarían, ni nada.

Y si viajáramos en un rayo de luz, el recorrido sería muy distinto a la experiencia de viajar en un auto.

Aline Guevara

Tomado de Guevara Villegas, A (2005) Un viaje especial. México: Ediciones Castillo

Aline Guevara Villegas (1974) Científica mexicana especialista en comunicación visual de la ciencia Escribe textos y artículos participa en programas de radio y en el desarrollo de acciones para llevar el saber científico y tecnológico a grandes sectores de la población.

Fuente: https://shorturl.at/dQWX6

Tema 3: Estadística descriptiva, medidas de tendencia central y dispersión

¿En qué áreas crees que se puede aplicar estadística descriptiva?

1. Calculo la media, moda, mediana, rango, varianza, desviación estándar, y realizo un diagrama de caja y bigotes de las siguientes distribuciones de datos:

a) A continuación se presentan las edades de un grupo de 20 niños de un barrio de Lago Agrio: 12, 10, 6, 8, 18, 7, 13, 13, 16, 18, 13, 12, 11, 13, 18, 18, 7, 17, 12, 13.
b) En la siguiente tabla se presentan las edades de 80 personas:

Edad	[10-14)	[14-18)	[18-22)	[22-26)	[26-30)	[30-34)
fi	5	10	20	25	15	5

2. Los promedios ponderados obtenidos en una prueba de resistencia de 10 estudiantes son:
10,2; 12,6; 11,2; 14,4; 10,8; 16,4; 13,6; 14,9; 12,5; 11,5
a) Encuentro las medidas de tendencia central.
b) Hallo las medidas de dispersión.
c) Encuentro el coeficiente de variación e **interpreto**.
d) Realizo el gráfico estadístico que mejor describa la distribución de datos.

3. Calculo en la siguiente distribución de datos con las edades de los trabajadores de una empresa:

Edad	[22-27)	[27-32)	[32-37)	[37-42)	[42-47)
fi	14	7	25	10	14

a) Encuentro las medidas de tendencia central.
b) Hallo las medidas de dispersión.
c) Encuentro el coeficiente de variación y lo **interpreto**.
d) Realizo el gráfico estadístico que mejor describa la distribución de datos.

4. Observo la siguiente tabla que muestra la edad de un grupo de personas, y resuelvo los ejercicios que se presentan a continuación:

Edad	[10-20)	[20-30)	[30-40)	[40-50)	[50-60)
fi	2	7	5	8	12

a) Trazo una ojiva con los datos de la tabla.
b) Calculo los cuartiles para la distribución de datos dada.
c) Realizo un gráfico de caja y bigote con los datos presentados.
d) Calculo lo siguiente:

- P^{50}
- P^{12}
- P^{75}
- P^{58}

¿Sabías qué?

Sabías que si en un conjunto de datos existe un número extremadamente grande o pequeño, la media puede cambiar considerablemente.

METACOGNICIÓN

Tema 4: Probabilidades

¿Como se aplican las probabilidades en los sorteos?

1. Resuelvo las siguientes operaciones:

a) $9!-2!$

b) $\frac{9!}{7!+8!}$

c) $\sqrt{10!x7!+8!x9!}$

d) $C_8^8+C_1^{10}+C_2^{11}$

e) $E=\frac{3C_3^7+C_4^7}{4C_3^7}$

2. Resuelvo los siguientes problemas:

a) Calculo la probabilidad de que, en el lanzamiento de dos dados, el puntaje de uno de ellos sea 2, si el puntaje total es 8.

b) En una encuesta a varios adolescentes se ha determinado que el 20% asiste a fiestas una vez cada quince días, y solo el 48% asiste con permiso de sus padres. Al seleccionar a un adolescente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que este asista a una fiesta por lo menos una vez cada quince días con consentimiento de sus padres?

c) Los empleados de una empresa se clasifican de acuerdo con la siguiente tabla:

	Estado civil			Total
	Casado	Soltero	Otros	
Hombre	30	80	90	200
Mujer	55	25	20	100
Total	85	105	110	300

Si se selecciona a un trabajador al azar, **calculo** la probabilidad de que este sea:

- Mujer casada.
- Hombre, ni casado ni soltero.
- Hombre soltero o mujer soltera.

3. Represento a partir de una variable aleatoria X, que puede tomar los valores 30, 40, 50 y 60 con probabilidades 0,4; 0,2; 0,1 y 0,3, en una tabla la función de probabilidad, $P(X = x)$, y la función de distribución de probabilidad $F(X) = P(X \quad x)$. A continuación se determinarán las siguientes probabilidades:

a) $P\ (X \leq 25)$

b) $P\ (X \geq 60)$

c) $P\ (X < 40)$

d) $P\ (X > 40)$

4. Calculo la probabilidad de, al lanzar un dado 10 veces, obtener:

a) Al menos 4 veces, 3 puntos.

b) Exactamente 4 veces, 3 puntos.

c) Como máximo 4 veces, 3 puntos.

Elaboro la curva de distribución binomial para estos eventos.

5. Resuelvo el siguiente problema:

Una compañía de mensajería tiene 6 líneas telefónicas. Sea la variable x: número de líneas en uso en un momento específico; la función de cuantía es:

x	1	2	3	4	5	6	7	Total
f(x)	0,10	0,15	0,20	0,25	0,20	0,06	0,04	1,00

Calculo las probabilidades de los siguientes eventos:

a) Que 2 líneas estén ocupadas como máximo.

b) Que por lo menos 4 líneas estén en uso.

c) Que entre 2 y 5 líneas estén en uso.

d) Que por lo menos 4 líneas no estén en uso.

6. Resuelvo los siguientes problemas:

a) La clave de seguridad de un banco consta de 2 letras del alfabeto seguidas por 2 dígitos. ¿Cuántas claves diferentes hay?

b) En la última etapa de un partido de ecuavóley clasifican 8 equipos. ¿Cuántos partidos se jugarán, si se juega “todos contra todos”?

c) ¿De cuántas maneras pueden sentarse 5 parejas alrededor de una fogata, si cada matrimonio debe permanecer junto?

7. Sea x el número de motocicletas vendidas en un día en un almacén:

x	1	2	3	4
f(x)	0,60	0,25	0,10	0,05

Calculo:

- La media aritmética
- La varianza
- La desviación típica

Redacto tres conclusiones.

8. Resuelvo los siguientes problemas y respondo las preguntas planteadas:

a) Supón que la probabilidad de tener un vehículo defectuoso en una línea de ensamblaje es de 0,05. Además, se sabe que el conjunto de unidades terminadas constituye un conjunto de ensayos independientes.

- ¿Cuál es la probabilidad de que entre 5 y 9 vehículos presenten fallas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que 3 motocicletas como máximo sean defectuosas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 4 vehículos sean defectuosos?

b) La probabilidad de que el comprador de un celular haga uso del servicio técnico dentro del plazo de garantía es de 0,2. Para los 5 teléfonos que ha vendido Marco a 5 compradores diferentes durante el último mes:

- ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 de los compradores hagan uso de la garantía?
- ¿Cuál es la probabilidad de que 2 o más compradores hagan uso de la garantía?

c) Las cuatro llantas de una camioneta 4 x 4 fallan, cada una con probabilidad de 0,04; en forma independiente, durante un trayecto de 20 000 kilómetros. La camioneta no entra en emergencia mientras funcionen, sin fallar, por lo menos dos llantas.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la camioneta no entre en emergencia?
- ¿Cuál será esa probabilidad si se agrega la restricción de que, al menos debe funcionar una llanta de cada lado del vehículo?

9. Resuelvo los siguientes problemas utilizando un diagrama de árbol:
a) ¿Cuántos números de tres cifras menores de 226 se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4, si cada dígito se utiliza una sola vez?

b) Magdalena puede estudiar 0, 1 o 2 horas para su lección de inglés en una tarde. **Elaboro** un diagrama de árbol para obtener el número de maneras en que Magdalena puede estudiar.

- ¿Cuántas formas hay para que Magdalena estudie exactamente cinco horas en tres noches consecutivas?
- ¿Cuántas formas hay para que Magdalena estudie al menos cinco horas en tres noches consecutivas?

c) Una distribución normal tiene una media de 80 y una desviación estándar de 14,0. Calculo la probabilidad de un valor:

- localizado entre 75,0 y 90,0
- de 75,0 o menor
- localizado entre 55,0 y 70,0

10. Resuelvo y **represento** los datos junto con una curva normal.
a) Simulo una muestra de tamaño 60 de una distribución de Poisson de parámetro = 3.
b) Simulo una muestra de 40 valores de una distribución Normal N
(14; 4). **Represento** estos datos junto con la curva normal.

¿Sabías qué?

La distribución normal está definida por dos parámetros: la media (μ), que representa el centro de la distribución, y la desviación estándar (σ), que indica la dispersión de los datos alrededor de la media.

METACOGNICIÓN

Fuente: https://shorturl.at/dQWX6

Tema 5: Introducción a la regresión lineal simple

¿Crees que algunas acciones de tu vida cotidiana están relacionadas, cómo puedes conocer estas relaciones?

1. Calculo lo siguiente:
Un experimento consiste en lanzar tres veces una moneda. Si las variables aleatorias son: X = "número de caras en los tres tiros" y Y = "diferencia en valor absoluto entre el número de caras y el de sellos en los tres lanzamientos".
a) La distribución de probabilidad de (X, Y).
b) La media aritmética y desviación típica de las distribuciones marginales de X y Y.
c) La covarianza y el coeficiente de correlación.

2. Resuelvo los siguientes problemas:
a) Las calificaciones de un grupo de estudiantes en su promedio de Tercero BGU (x) y en el proyecto de grado (y) fueron las siguientes:

x	8	6	7	8	9	10	10	7	8
y	7	8	6	8	9	7	7	10	6

Determino la recta de regresión lineal de y en x.
b) El gerente de talento humano de cierta empresa quiere estudiar la relación entre el ausentismo y la edad de los trabajadores. Para ello, tomó una muestra aleatoria de 10 trabajadores de la empresa y encontró los siguientes datos:

Edad (año)	25	46	58	37	55	32	41	50	23	50
Ausentismo (días por año)	18	12	8	15	10	13	7	9	16	6

Uso el método de mínimos cuadrados para hallar la ecuación muestral que relaciona las dos variables.

3. Resuelvo el siguiente ejercicio:

La ecuación de Boyle-Mariotte establece que, a temperatura constante se verifica que PV = cte. Hallo el valor de la constante para un sistema en el que se obtuvieron las siguientes mediciones:

P (kg/cm2)	0,1	0,15	0,2	0,25
P (kg/cm2)	2,24	0,15	1,13	0,92

¿Sabías qué?

Sabías que: la regresión lineal simple es un método estadístico utilizado para buscar la relación entre una variable dependiente (Y) y una variable independiente (X).

Recuerda que la variable dependiente es la que se quiere predecir o explicar en función de otra variable.

Mientras que la variable independiente es aquella que se utiliza para predecir o explicar la variable dependiente, es decir, esta variable es considerada como la característica que influye en la variable dependiente.

METACOGNICIÓN

EVALUACIÓN DE SECCIÓN III DE BACHILLERATO

Ejercicios con vectores

1. Calculo las operaciones entre vectores dados los siguientes vectores:

$\vec{A}(-1,2,1)$ $\vec{B}(2,4,1)$ y $\vec{C}(2,-1,1)$

a) $\vec{A}\cdot\vec{C}$
b) $\vec{B}\cdot\vec{C}$
c) $\vec{A}\cdot\vec{B}$
d) $\vec{B}\cdot\vec{A}$

2. Hallo la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos:
   A (0 2, 3) B (0, -1, 1)

3. En una conferencia, se necesitan llevar a 360 personas a un hotel. La empresa de transporte tiene autobuses que llevan a 60 personas y minibuses que llevan a 30 personas. El costo por persona en autobús es de $15 y en minibús es de $10. Si solo tienen disponibles 10 vehículos en total y cada uno necesita un conductor, ¿cuál es el costo mínimo para transportar a todas las personas al hotel?

4. Los tiempos (en minutos) que tardaron varios corredores en completar una carrera fueron: 25, 30, 28, 32, 27, 31, 29, 20, 26, 31, 38, 26, 29, 27, 32, 24, 26, 25, 33, 25, 28.

   a) Calculo e interpreto las medidas de tendencia central de los tiempos
   b) Calculo las medidas de dispersión de los tiempos.
   c) Gráfico la distribución de los tiempos.

5. El siguiente conjunto de datos, representan las edades de un grupo de personas de una ciudad: 22, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 26, 70, 42, 58, 79, 23, 05, 10, 15. Con estos datos calculo las medidas de tendencia central.

6. La siguiente tabla muestra la distribución de edades de un grupo de jóvenes que participan en unas competencias deportivas:

Edades	**Frecuencia**
(10,12]	6
(12,14]	11
(14,16]	20
(16,18]	25
(18,20]	10

   a. Calculo la media, mediana y moda
   b. Obtengo la varianza y la desviación típica.
   c. Calculo el porcentaje de jóvenes que tienen entre 14 y 16 años.
   d. Calculo el porcentaje de jóvenes que tienen menos de 16 años.
   e. Selecciono un gráfico para representar la distribución de los jóvenes interpreto el gráfico obtenido.

7. Calcular la probabilidad de obtener al menos dos caras consecutivas en tres lanzamientos consecutivos de la moneda.

8. Calcular la probabilidad de obtener una suma de 8 al lanzar los dos dados.

9. Una fábrica que produce repuestos para automóviles. Supongamos que hay tres máquinas diferentes (A, B y C) que fabrican el mismo tipo de repuesto. La fábrica está interesada en calcular la probabilidad de que una pieza fabricada por una máquina en particular sea defectuosa.

Se sabe que:

La máquina A produce el 5% de piezas defectuosas.

La máquina B produce el 8% de piezas defectuosas.

La máquina C produce el 3% de piezas defectuosas.

Con esta información se pide:

Calcular la probabilidad de que una pieza seleccionada al azar sea defectuosa.

Si se selecciona una pieza defectuosa al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina A?

10. A partir del siguiente conjunto de datos relacionado con el número de horas de estudio y la calificación obtenida en un examen.

Horas de estudio (X)	Calificación en el examen (Y)
2	6.5
3	7.0
4	7.5
5	8.0
6	8.5
7	9.0

a. Graficar los datos para visualizar la relación entre las variables.
b. Calculo la pendiente y la intersección de la línea de regresión.
c. Uso el método de mínimos cuadrados para hallar la ecuación que relaciona las dos variables.

Desafíos del Bachillerato

PRIMER CURSO DE BACHILLERATO

fuente: http://tinyurl.com/376jpzhp

Un carpintero necesita comprar madera para construir una mesa. La mesa tendrá una superficie de 1,5 metros cuadrados y el carpintero necesita 0,25 metros cuadrados de madera por cada metro cuadrado de superficie de la mesa. El carpintero tiene $50 para comprar madera. La madera cuesta $10 por metro cuadrado. ¿Cuántos metros cuadrados de madera puede comprar el carpintero?

Resolución paso a paso:

1. Calculamos la cantidad de madera que necesita el carpintero: $1,5\ m^2 * 0,25\ m^2/m^2 = 0,375\ m^2$
2. Calculamos la cantidad de dinero que necesita el carpintero para comprar la madera: $0,375\ m^2 * \$10/m^2 = \$3,75$
3. El carpintero puede comprar 0,375 metros cuadrados de madera.

Actividad grupal:

Dividan la clase en grupos de 3 o 4 personas. Cada grupo debe:

1. Plantear un problema que implique sumar, restar, multiplicar y/o dividir números reales con enteros y fraccionarios.
2. Escribir el problema y su resolución paso a paso.
3. Presentar el problema y su resolución al resto de la clase.

Preguntas de metacognición para una plenaria:

1. ¿Qué estrategias utilizaron para resolver el problema?
2. ¿Qué dificultades encontraron al resolver el problema?
3. ¿Qué aprendieron al trabajar en equipo para resolver el problema?
4. ¿Cómo podrían aplicar lo aprendido en este reto a otras situaciones de la vida real?
5. ¿Qué preguntas les quedaron sin respuesta después de esta actividad?

SEGUNDO CURSO DE BACHILLERATO

http://tinyurl.com/mmt7rcp4

Un científico está estudiando el crecimiento de una bacteria. La bacteria se reproduce de forma exponencial, lo que significa que el número de bacterias se duplica cada hora. Si el científico comienza con 10 bacterias, ¿cuántas bacterias habrá después de 5 horas?

Resolución paso a paso:

1. Definimos la función exponencial: $f(x) = a^x$ donde:

- x: Número de horas
- a: Número de bacterias al inicio (10)
- $f(x)$: Número de bacterias después de x horas

2. Calculamos el número de bacterias después de 5 horas:

$f(5) = 10^5 = 100.000$

Habrá 100.000 bacterias después de 5 horas.

Actividad grupal:

Dividan la clase en grupos de 3 o 4 personas. Cada grupo debe:

1. Plantear un problema que pueda ser resuelto utilizando una función exponencial.
2. Escribir el problema y la función exponencial que lo representa.
3. Calcular el valor de la función para un valor específico de la variable.
4. Presentar el problema, la función y el valor calculado al resto de la clase.

Preguntas de metacognición para una plenaria:

1. ¿Qué estrategias utilizaron para plantear el problema?
2. ¿Qué dificultades encontraron al resolver el problema?
3. ¿Qué aprendieron al trabajar en equipo para resolver el problema?
4. ¿Cómo podrían aplicar lo aprendido en este reto a otras situaciones de la vida real?
5. ¿Qué preguntas les quedaron sin respuesta después de esta actividad?

TERCER CURSO DE BACHILLERATO


http://tinyurl.com/48mprakp

Una empresa de producción de alimentos necesita producir 200 unidades de un producto A y 150 unidades de un producto B. La empresa tiene dos máquinas para producir estos productos. La máquina 1 puede producir hasta 40 unidades de A y 30 unidades de B por hora. La máquina 2 puede producir hasta 20 unidades de A y 20 unidades de B por hora. La empresa quiere minimizar el tiempo total de producción. ¿Cuántas horas debe usar cada máquina para producir la cantidad deseada de productos?

Resolución paso a paso:

1. Definimos las variables:

- x: Número de horas que se utiliza la máquina 1
- y: Número de horas que se utiliza la máquina 2

2. Planteamos las ecuaciones:

Restricciones:

- Cantidad de producto A: 40x + 20y >= 200
- Cantidad de producto B: 30x + 20y >= 150
- Tiempo total: x + y >= 0

Función objetivo:

- Minimizar tiempo total: f(x, y) = x + y

3. Resolvemos el problema de programación lineal:

Utilizamos un software de programación lineal para resolver el problema. La solución óptima es:

- $x = 4$ horas
- $y = 3$ horas

La empresa debe usar la máquina 1 durante 4 horas y la máquina 2 durante 3 horas para minimizar el tiempo total de producción.

Actividad grupal:

Dividan la clase en grupos de 3 o 4 personas. Cada grupo debe:

1. Plantear un problema que pueda ser resuelto utilizando un modelo de programación lineal.
2. Definir las variables y plantear las ecuaciones que representan el problema.
3. Resolver el problema utilizando un software de programación lineal.
4. Presentar el problema, las ecuaciones, la solución y el significado de la solución al resto de la clase.

Preguntas de metacognición para una plenaria:

1. ¿Qué estrategias utilizaron para plantear el problema?
2. ¿Qué dificultades encontraron al resolver el problema?
3. ¿Qué aprendieron al trabajar en equipo para resolver el problema?
4. ¿Cómo podrían aplicar lo aprendido en este reto a otras situaciones de la vida real?
5. ¿Qué preguntas les quedaron sin respuesta después de esta actividad?

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

ecuador

REPÚBLICA
DEL ECUADOR

@MinisterioEducacionEcuador

@Educacion_Ec

www.educacion.gob.ec